

МИНОБРНАУКИ РОССИИ



Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

**«Российский государственный гуманитарный университет»
(ФГБОУ ВО «РГГУ»)**

ИНСТИТУТ ИНФОРМАЦИОННЫХ НАУК И ТЕХНОЛОГИЙ БЕЗОПАСНОСТИ
Факультет информационных систем и безопасности
Кафедра фундаментальной и прикладной математики

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

10.03.01 Информационная безопасность

Код и наименование направления подготовки/специальности

**«Безопасность автоматизированных систем
(по отрасли или в сфере профессиональной деятельности)»**,

**«Организация и технологии защиты информации»
(по отрасли или в сфере профессиональной деятельности)»**

Наименование направленности (профиля)/ специализации

Уровень высшего образования: *бакалавриат*

Форма обучения: *очная*

РПД адаптирована для лиц
с ограниченными возможностями
здоровья и инвалидов

Москва 2023

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Рабочая программа дисциплины

Составители:

кандидат физ.-мат. наук, доц., доцент кафедры фундаментальной и прикладной математики
Синицын В.Ю.,

доктор физ.-мат. наук, проф., профессор кафедры фундаментальной и прикладной математики
Максимов В.М.

УТВЕРЖДЕНО

Протокол заседания кафедры
фундаментальной и прикладной математики
№ 8 от 06.04.2023

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Пояснительная записка	4
1.1. Цель и задачи дисциплины	4
1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций	4
1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы	5
2. Структура дисциплины	5
3. Содержание дисциплины	6
4. Образовательные технологии	8
5. Оценка планируемых результатов обучения	9
5.1 Система оценивания	9
5.2 Критерии выставления оценки по дисциплине	10
5.3 Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине	11
6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	19
6.1 Список источников и литературы	19
6.2 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет».	19
6.3 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы	20
7. Материально-техническое обеспечение дисциплины	20
8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов	20
9. Методические материалы	21
9.1 Планы практических занятий	21
Приложение 1. Аннотация рабочей программы дисциплины	30

1. Пояснительная записка

1.1. Цель и задачи дисциплины

Цель дисциплины: формирование базовых представлений о теории вероятностей и математической статистике под углом зрения их практического приложения в различных областях научных исследований и инженерной практики.

Задачи дисциплины: на примере комбинаторной теории вероятностей перейти к общим понятиям теории вероятностей и математической статистики, сформулировать основные теоремы, необходимые для понимания смежных дисциплин и практической деятельности.

1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Компетенция (код и наименование)	Индикаторы компетенций (код и наименование)	Результаты обучения
УК-6. Способен управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни	УК-6.1. Определяет цели собственной деятельности, оценивая пути их достижения с учетом ресурсов, условий, средств, временной перспективы развития деятельности и планируемых результатов	<i>Знать:</i> случайные события и случайные величины, законы распределения; закон больших чисел, методы статистического анализа <i>Уметь:</i> вычислять вероятности случайных событий, составлять и исследовать функции распределения случайных величин, определять числовые характеристики случайных величин; обрабатывать статистическую информацию для оценки значений параметров и проверки значимости гипотез
	УК-6.2. Формулирует цели собственной деятельности, определяя пути их достижения с учетом ресурсов, условий, средств, временной перспективы развития деятельности и планируемых результатов.	<i>Владеть:</i> вероятностным подходом к постановке и решению задач, навыками работы с библиотеками прикладных программ для решения вероятностных и статистических задач
ОПК-3. Способен использовать необходимые математические методы для решения задач профессиональной деятельности	ОПК-3.1. Знает основы математики, основные понятия теории информации, основные методы оптимального кодирования источников информации	<i>Знать:</i> случайные события и случайные величины, законы распределения; закон больших чисел, методы статистического анализа
	ОПК-3.2. Умеет исследовать функциональные зависимости, возникающие при решении стандартных прикладных задач	<i>Уметь:</i> вычислять вероятности случайных событий, составлять и исследовать функции распределения случайных величин, определять числовые характеристики случайных величин; обрабатывать статистическую информацию для оценки значений

		параметров и проверки значимости гипотез
	ОПК-3.3. Владеет навыками использования справочных материалов по математическому анализу, использования расчетных формул и таблиц при решении стандартных вероятностно-статистических задач, самостоятельного решения комбинированных задач	<i>Владеть:</i> вероятностным подходом к постановке и решению задач, навыками работы с библиотеками прикладных программ для решения вероятностных и статистических задач
ОПК-11. Способен проводить эксперименты по заданной методике и обработку их результатов	ОПК-11.1. Знает стандартные вероятностно-статистические методы анализа экспериментальных данных	<i>Знать:</i> случайные события и случайные величины, законы распределения; закон больших чисел, методы статистического анализа
	ОПК-11.2. Умеет строить стандартные процедуры принятия решений, на основе имеющихся экспериментальных данных	<i>Уметь:</i> вычислять вероятности случайных событий, составлять и исследовать функции распределения случайных величин, определять числовые характеристики случайных величин; обрабатывать статистическую информацию для оценки значений параметров и проверки значимости гипотез
	ОПК-11.3. Владеет навыками по проведению эксперимента по заданной методике с составлением итогового документа	<i>Владеть:</i> вероятностным подходом к постановке и решению задач, навыками работы с библиотеками прикладных программ для решения вероятностных и статистических задач

1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» относится к обязательной части блока дисциплин учебного плана.

Для освоения дисциплины необходимы знания, умения и владения, сформированные в ходе изучения следующих дисциплин: «Математический анализ», «Линейная алгебра и аналитическая геометрия», «Дискретная математика», «Технологии и методы программирования».

В результате освоения дисциплины формируются знания, умения и владения, необходимые для изучения следующих дисциплин и прохождения практик: «Теория информации», «Методы и средства криптографической защиты информации», «Технологическая практика».

2. Структура дисциплины

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 4 з.е., 144 академических часа.

Структура дисциплины для очной формы обучения

Объем дисциплины в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Семестр	Тип учебных занятий	Количество часов
3	Лекции	26
3	Практические занятия	32
Всего:		58

Объем дисциплины (модуля) в форме самостоятельной работы обучающихся составляет 86 академических часа.

3. Содержание дисциплины

№	Наименование раздела дисциплины	Содержание
1	Тема 1. Аксиоматика теории вероятностей на конечном множестве.	Исторический обзор. Место теории вероятностей в естественных науках. Примеры простейших случайных событий. “Урна”, как прибор получения случайных событий. Статистическое определение вероятности. Понятие пространства элементарных событий на конечном множестве. Алгебра событий. Вероятность. Классическое определение вероятности. Элементы комбинаторики. Вычисление вероятностей событий с помощью комбинаторики. Понятие условной вероятности. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Независимость событий. Применения формулы полной вероятности. Последовательность независимых испытаний, как выборка из “урны”. Представление об элементарных событиях на примере счётного подбрасывания монеты.
2	Тема 2. Понятие случайных величин и их характеристик.	Определение и примеры простейших случайных величин. Таблица распределения и функция распределения случайной величины. Понятие плотности распределения. Операции над случайными величинами (сложение, умножение и более общие функции от случайных величин). Математическое ожидание случайной величины и его свойства. Дисперсия случайной величины и её свойства. Понятие о моментах случайных величин. Неравенства Чебышёва. Понятие независимости случайных величин. Дисперсия линейной комбинации независимых случайных величин. Закон больших чисел для схемы Бернулли
3	Тема 3. Основные типы распределений случайных величин.	Важные классы дискретных распределений. Биномиальный закон распределения. Закон распределения Пуассона. Геометрическое и гипергеометрическое распределения. Характеристики этих распределений и их свойства. Важные классы не-

		<p>прерывных распределений. Равномерное, показательное и нормальное распределения. Их характеристики и свойства. Распределения некоторых случайных величин, представляющих собой функции нормальных величин (распределения Фишера, хи-квадрат, Стьюдента).</p>
4	Тема 4. Закон больших чисел и предельные теоремы.	<p>Определение последовательности, удовлетворяющей закону больших чисел (Теорема Маркова). Предельная теорема Пуассона для схемы Бернулли. Понятие о локальной и интегральной предельных теоремах Муавра-Лапласа и центральной предельной теореме.</p>
5	Тема 5. Оценки параметров распределений.	<p>Вариационные ряды и эмпирическая функция распределения. Точечные оценки параметров. Оценки математического ожидания, дисперсии и их свойства. Метод максимального правдоподобия. Интервальные оценки.</p>
6	Тема 6. Метод наименьших квадратов.	<p>Описание принципа метода наименьших квадратов. Применение к задачам линейной регрессии, нелинейной регрессии и задачам дисперсионного анализа.</p>
7	Тема 7. Основные понятия проверки статистических гипотез.	<p>Постановка задачи проверки гипотез. Сравнение двух распределений (понятие уровня статистической значимости, критической области и области принятия гипотезы). Проверка простой статистической гипотезы о параметре в схеме Бернулли. Критерии Фишера, хи-квадрат и Стьюдента.</p>
8	Тема 8. Корреляционный и регрессионный анализ.	<p>Функциональные зависимости, причинно-следственные связи и корреляционные зависимости. Точечная оценка коэффициента корреляции Пирсона. Проверка значимости и интервальная оценка. Понятие о многомерном корреляционном анализе. Множественный и частный коэффициент корреляции. Непараметрические коэффициенты корреляции Спирмена и Кендала для порядковых переменных. Таблицы сопряженности и связанные с ними критерии значимости статистической зависимости номинальных переменных. Основные положения регрессионного анализа. Парная регрессионная модель. Построение доверительных интервалов для параметров линейной регрессии. Проверка статистической значимости уравнения регрессии. Множественный регрессионный</p>

		анализ. Корреляционная матрица и её выборочная оценка. Доверительные интервалы для коэффициентов и функции регрессии. Проверка значимости уравнения множественной регрессии.
9	Тема 9. Библиотеки прикладных программ решения вероятностных и статистических задач.	Общие сведения о среде статистических вычислений и языке программирования R. Моделирование вероятностного эксперимента. Генерирование псевдослучайных чисел. Комбинаторика. Вычисление вероятностей случайных событий: классический, геометрический и статистический подход. Использование встроенных функций основных законов распределения для решения вероятностных задач. Нахождение выборочных характеристик. Точечное и интервальное оценивание параметров распределений. Проверка статистических гипотез. Построение и исследование статистических моделей. Корреляционный, регрессионный и дисперсионный анализ. Применение метода наименьших квадратов.

4. Образовательные технологии

№ п/п	Наименование раздела	Виды учебных занятий	Образовательные технологии
1	2	3	4
1	Аксиоматика теории вероятностей на конечном множестве	Лекции 1-2 Практические занятия 1-2 Самостоятельная работа	Вводная лекция с использованием видеоматериалов и ресурсов сети Интернет Решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков Дистанционный курс в сети Интернет, решение задач (тестирование)
2	Понятие случайных величин и их характеристик	Лекция 3 Практические занятия 3-4 Самостоятельная работа	Лекция-беседа с применением ИКТ Решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков Дистанционный курс в сети Интернет, решение задач (тестирование)
3	Основные типы распределений случайных величин	Лекция 4 Практические занятия 5-6 Самостоятельная работа	Лекция-беседа с применением ИКТ Решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков Дистанционный курс в сети Интернет, решение задач (тестирование)
4	Закон больших чисел и предельные теоремы	Лекция 5 Практическое	Лекция-беседа с применением ИКТ Решение типовых задач для закрепления и

		занятие 7 Самостоятельная работа	формирования знаний, умений, навыков Дистанционный курс в сети Интернет, решение задач (тестирование)
5	Оценки параметров рас- пределений	Лекция 6 Практические занятия 8-9 Самостоятельная работа	Лекция-беседа с применением ИКТ Решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков Дистанционный курс в сети Интернет, решение задач (тестирование)
6	Метод наименьших квад- ратов	Лекция 7 Практические занятия 10-11 Самостоятельная работа	Лекция-беседа с применением ИКТ Решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков Дистанционный курс в сети Интернет, решение задач (тестирование)
7	Основные понятия про- верки статистических гипотез	Лекция 8 Практические занятия 12-13 Самостоятельная работа	Лекция-беседа с применением ИКТ Решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков Дистанционный курс в сети Интернет, решение задач (тестирование)
8	Корреляционный и ре- грессионный анализ	Лекция 9 Практические занятия 14-15 Самостоятельная работа	Решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков Дистанционный курс в сети Интернет, решение задач (тестирование)
9	Работа с библиотеками прикладных программ решения вероятностных и статистических задач	Лекция 10 Практические занятия 16-18 Самостоятельная работа	Лекция-беседа с применением ИКТ Решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков Дистанционный курс в сети Интернет, решение задач (тестирование)

В период временного приостановления посещения обучающимися помещений и территории РГУ для организации учебного процесса с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий могут быть использованы следующие образовательные технологии:

- видео-лекции;
- онлайн-лекции в режиме реального времени;
- электронные учебники, учебные пособия, научные издания в электронном виде и доступ к иным электронным образовательным ресурсам;
- системы для электронного тестирования;
- консультации с использованием телекоммуникационных средств.

5. Оценка планируемых результатов обучения

5.1 Система оценивания

Форма контроля	Макс. количество баллов	
	За одну работу	Всего
Текущий контроль: - тестирование - практическая работа - контрольная работа	10 баллов 5 баллов 10 баллов	20 баллов 20 баллов 20 баллов
Промежуточная аттестация - экзамен - ответы на вопросы билета - итоговая контрольная работа		20 баллов 20 баллов
Итого за семестр		100 баллов

Полученный совокупный результат конвертируется в традиционную шкалу оценок и в шкалу оценок Европейской системы переноса и накопления кредитов (European Credit Transfer System; далее – ECTS) в соответствии с таблицей:

100-балльная шкала	Традиционная шкала		Шкала ECTS
95 – 100	отлично	зачтено	A
83 – 94			B
68 – 82	хорошо		C
56 – 67	удовлетворительно		D
50 – 55			E
20 – 49	неудовлетворительно	не зачтено	FX
0 – 19			F

5.2 Критерии выставления оценки по дисциплине

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
100-83/ A,B	отлично	Выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил теоретический и практический материал, может продемонстрировать это на занятиях и в ходе промежуточной аттестации. Обучающийся исчерпывающе и логически стройно излагает учебный материал, умеет увязывать теорию с практикой, справляется с решением задач профессиональной направленности высокого уровня сложности, правильно обосновывает принятые решения. Свободно ориентируется в учебной и профессиональной литературе. Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «высокий».
82-68/ C	хорошо	Выставляется обучающемуся, если он знает теоретический и практический материал, грамотно и по существу излагает его на занятиях и в ходе промежуточной аттестации, не допуская существенных неточностей. Обучающийся правильно применяет теоретические положения при решении практических задач профессиональной направленности разного уровня сложности, владеет необходимыми для этого навыками и приёмами. Достаточно хорошо ориентируется в учебной и профессиональной литературе. Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «хороший».

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
67-50/ D,E	удовлетво- рительно	Выставляется обучающемуся, если он знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает отдельные ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации. Обучающийся испытывает определённые затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, владеет необходимыми для этого базовыми навыками и приёмами. Демонстрирует достаточный уровень знания учебной литературы по дисциплине. Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «достаточный».
49-0/ F,FX	неудовлет- ворительно	Выставляется обучающемуся, если он не знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает грубые ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации. Обучающийся испытывает серьёзные затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, не владеет необходимыми для этого навыками и приёмами. Демонстрирует фрагментарные знания учебной литературы по дисциплине. Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции на уровне «достаточный», закреплённые за дисциплиной, не сформированы.

5.3 Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Текущий контроль

Примерные задания для тестирования № 1

Вопрос 1. Пусть A и B – некоторые случайные события. Выяснить, когда верно следующее утверждение о вероятностях $P(A \cup B) \leq P(A)$.

Ответы:

1) всегда; 2) иногда; 3) никогда.

Вопрос 2. Из урны, содержащей 4 белых, 15 красных и 14 черных шаров, наудачу вынули один шар. Найти вероятность того, что он красный.

Ответы:

1) $\frac{1}{33}$; 2) $\frac{15}{18}$; 3) $\frac{1}{2}$; 4) $\frac{5}{11}$.

Вопрос 3. Партия состоит из 3 изделий первого сорта и 4 изделий второго сорта. Наудачу выбрали два изделия. Найти вероятность того, что они оба первого сорта.

Ответы:

1) $\frac{2}{7}$; 2) $\frac{2}{3}$; 3) $\frac{1}{7}$; 4) $\frac{5}{11}$.

Вопрос 4. Семь раз подбросили монету. Найти вероятность того, что «герб» выпал 2 раза. Вероятности падения монеты на любую из двух сторон при одном подбрасывании считать одинаковыми.

Ответы:

- 1) $\frac{1}{2}$; 2) $\frac{21}{128}$; 3) $\frac{3}{8}$; 4) $\frac{5}{11}$.

Вопрос 5. Бросили игральную кость с шестью одинаковыми гранями. Найти вероятность того, что выпало нечетное число очков, если известно, что число выпавших очков больше 1.

Ответы:

- 1) 0.4; 2) 1; 3) $\frac{1}{3}$; 4) 0.5; 5) 0; 6) $\frac{2}{3}$.

Вопрос 6. Известны дисперсии независимых случайных величин X и Y $D(X) = 0.1$ и $D(Y) = 2$. Найти дисперсию случайной величины $Z = 10X - 3Y$.

Ответ: _____.

Вопрос 7. Задан закон распределения дискретной случайной величины X

x_i	-2	0	1	5
p_i	0.3	0.2	0.4	0.1

Найти ее математическое ожидание.

Ответы:

- 1) 1.6; 2) 0.3; 3) -1; 4) 3.7.

Вопрос 8. Задан закон распределения дискретной случайной величины Y

y_k	-1	0	1
p_k	0.3	0.3	0.4

Найти ее дисперсию.

Ответы:

- 1) 0.69; 2) 2.5; 3) -1.4; 4) 3.71.

Вопрос 9. Законы распределения независимых случайных величин X и Y имеют вид:

x_i	-2	0	1	5
p_i	0.3	0.2	0.4	0.1

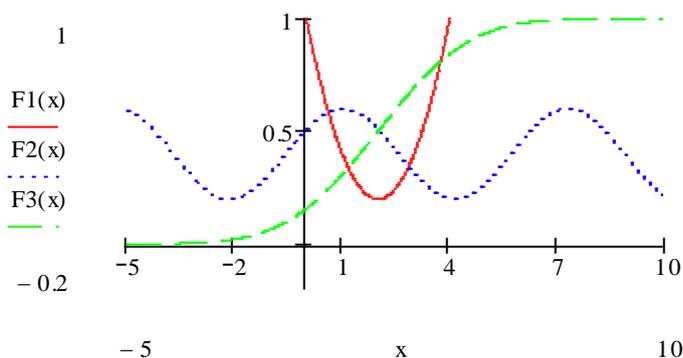
y_k	-1	0	1
p_k	0.3	0.3	0.4

Найти вероятность того, что их сумма принимает значение равное 1.

Ответы:

- 1) 0.2; 2) 0.5; 3) 0.4; 4) 1.

Вопрос 10. Какие из трех функций, графики которых приведены на рисунке, не являются функциями распределения случайных величин?

**Ответы:**

1) $F1(x)$ и $F2(x)$; 2) $F1(x)$ и $F3(x)$; 3) $F2(x)$ и $F3(x)$; 4) $F1(x)$, $F2(x)$ и $F3(x)$.

Примерные задания для тестирования № 2

1. В среднем по 7% договоров страховая компания выплачивает страховую сумму. Используя формулу Бернулли, найти с точностью до 0.001 вероятность того, что из десяти договоров будет связано с выплатой страховой суммы менее трёх договоров.
2. Используя теорему Муавра-Лапласа, найти с точностью до 0.01 вероятность того, что относительная частота рождения мальчиков для тысячи новорождённых отличается от “истинной” вероятности рождения мальчика, которая равна 0.517, менее чем на 0.03.
3. Случайная величина распределена по закону Пуассона с параметром $\lambda=5$. Найти с точностью до 0.01 среднее квадратическое отклонение этой случайной величины.
4. Случайная величина имеет показательный закон распределения. Известно, что её математическое ожидание равно 4. Найти с точностью до 0.01 вероятность того, что эта случайная величина принимает значение на отрезке $[2; 5]$.
5. Случайная величина имеет нормальный закон распределения. Известно, что её математическое ожидание равно 3, а среднее квадратическое отклонение равно 2. Найти с точностью до 0.01 квантиль уровня 0.95 этой случайной величины.
6. Электростанция обслуживает сеть 1800 электроламп, вероятность включения каждой из которых вечером равна 0.9. Оценить с помощью неравенства Чебышева вероятность того, что число ламп, включенных в сеть вечером, отличается от своего математического ожидания не более чем на 30 (по абсолютной величине). Найти вероятность того же события, используя интегральную теорему Муавра-Лапласа.
7. В среднем 8% работоспособного населения некоторого региона — безработные. Оценить с помощью неравенства Чебышева вероятность того, что уровень безработицы среди обследованных 10000 работоспособных жителей города будет в пределах от 7 до 9%.
8. Опыт страховой компании показывает, что страховой случай приходится примерно на каждый двадцатый договор. Оценить с помощью неравенства Чебышева необходимое количество договоров, которые следует заключить, чтобы с вероятностью 0.95 можно было утверждать, что доля страховых случаев отклонится от 0.05 не более чем на 0.01 (по абсолютной величине). Уточнить ответ с помощью интегральной теоремы Муавра-Лапласа.
9. Выход цыплят в инкубаторе составляет в среднем 80% числа заложенных яиц. Сколько нужно заложить яиц, чтобы с вероятностью, не меньшей 0.9, ожидать, что отклонение числа вылупившихся цыплят от математического ожидания не превышало 50 (по абсолютной величине)?
10. Известно, что в среднем система искусственного интеллекта неверно распознаёт 6% символов, которые подаются на её вход. Используя теорему Пуассона или теоремы Муавра-Лапласа, найти с точностью до 0.01 вероятность того, что из тысячи входных символов неверно будет распознано более 75 символов.

Примерные задания для тестирования № 3

1. По данной выборке найти доверительные интервалы для параметров нормально распределенной генеральной совокупности с надежностью 0.99.
2. По данной выборке найти доверительный интервал для вероятности успеха в схеме Бернулли с надежностью 0.99.
3. По данной выборке найти доверительный интервал для параметра распределения Пуассона с надежностью 0.99.
4. По данной выборке найти доверительный интервал для коэффициента корреляции Пирсона с надежностью 0.99.
5. По данной выборке найти доверительный интервал для коэффициента корреляции Кендалла с надежностью 0.99.
6. Сгенерировать выборку из 300 случайных чисел, имеющих биномиальный закон распределения с параметрами $size=700$, $prob=0.04$. С помощью критерия Колмогорова-Смирнова проверить статистическую гипотезу о том, что закон распределения генеральной совокупности не отличается от нормального закона распределения. В ответе задачи указать значение p -value с точностью до 0.001.
7. Сгенерировать две выборки: одну выборку из 100 случайных чисел, имеющих нормальный закон распределения с параметрами $mean=16$, $sd=5$, другую выборку из 200 случайных чисел, имеющих нормальный закон распределения с параметрами $mean=27$, $sd=6$. С помощью критерия Фишера проверить статистическую гипотезу о том, что отношение дисперсий двух случайных величин равно 1. В ответе задачи указать значение p -value с точностью до 0.001.
8. Сгенерировать две выборки: одну выборку из 100 случайных чисел, имеющих нормальный закон распределения с параметрами $mean=26$, $sd=5$, другую выборку из 200 случайных чисел, имеющих нормальный закон распределения с параметрами $mean=27$, $sd=6$. С помощью критерия Стьюдента проверить гипотезу о том, что математические ожидания генеральных совокупностей равны. В ответе задачи указать значение p -value с точностью до 0.001.
9. Среди случайно взятых 10000 новорождённых оказалось 5162 мальчика. С помощью теста пропорций проверить статистическую гипотезу о том, что вероятность рождения мальчика равна 0.5. В ответе задачи указать значение p -value с точностью до 0.001.
10. По данной выборке с помощью хи-квадрат критерия Пирсона проверить статистическую гипотезу о том, что две номинальные переменные независимы. В ответе задачи указать значение p -value с точностью до 0.001.

Примерные задания для тестирования № 4

(Для тестирования можно использовать фрейм данных NEO из файла "NEO", который содержит результаты социологического опроса и личностные психологические показатели студентов РГГУ, или другой фрейм данных, предоставленный преподавателем.)

1. Коэффициент корреляции Пирсона переменных N1_Тревожность и N6_Уязвимость с точностью до 0.001 равен

Ответ: _____.

2. Для юношей уровень значимости коэффициента корреляции Пирсона переменных N1_Тревожность и N6_Уязвимость с точностью до 0.001 равен

Ответ: _____.

3. Для респондентов с высоким семейным доходом выяснить на уровне значимости 0.05, какие из перечисленных ниже психологических показателей имеют статистически значимый коэффициент корреляции Пирсона с показателем N1_Тревожность.

Ответ 1. N6_Уязвимость

Ответ 2. E6_Жизнерадость

Ответ 3. O6_Ценности

Ответ 4. A6_Отзывчивость

Ответ 5. C6_Осмотрительность

4. Коэффициент корреляции Спирмена пунктов П_31 и П_75 опросника NEO PI-R с точностью до 0.001 равен

Ответ: _____.

5. Для юношей уровень значимости коэффициента корреляции Спирмена пунктов П_31 и П_75 опросника NEO PI-R с точностью до 0.001 равен

Ответ: _____.

6. Построить линейную регрессионную модель зависимости психологического показателя N1_Тревожность от показателя N6_Уязвимость. Коэффициент детерминации этой модели с точностью до 0.001 равен

Ответ: _____.

7. Построить линейную регрессионную модель зависимости психологического показателя N1_Тревожность от переменных N_Нейротизм, E_Экстраверсия, O_Открытость_опыту, A_Согласие, C_Сознательность. Скорректированный коэффициент детерминации модели с точностью до 0.001 равен

Ответ: _____.

8. Построить линейную регрессионную модель зависимости психологического показателя N1_Тревожность от переменных N_Нейротизм, E_Экстраверсия, O_Открытость_опыту, A_Согласие, C_Сознательность без свободного члена в регрессионном уравнении. Информационный критерий AIC построенной модели с точностью до 0.001 равен

Ответ: _____.

9. Построить линейную регрессионную модель зависимости психологического показателя N1_Тревожность от переменных N_Нейротизм, E_Экстраверсия, O_Открытость_опыту, A_Согласие, C_Сознательность без свободного члена в регрессионном уравнении, но с учётом всех попарных взаимодействий между предикторами. Информационный критерий AIC построенной модели с точностью до 0.001 равен

Ответ: _____.

10. Построить линейную регрессионную модель для психологического показателя N1_Тревожность пошаговым методом автоматического исключения независимых переменных, в качестве которых рассматривать все остальные подшкалы теста NEO PI-R. Число независимых переменных в оптимальной модели равно

Ответ: _____.

11. Построить линейную регрессионную модель для психологического показателя N1_Тревожность пошаговым методом автоматического добавления независимых переменных, в качестве которых рассматривать все остальные подшкалы теста NEO PI-R. Число независимых переменных в оптимальной модели равно

Ответ: _____.

12. Построить оптимальную линейную регрессионную модель, содержащую 8 предикторов и переменную отклика N1_Тревожность, пошаговым методом автоматического добавления независимых переменных, в качестве которых рассматривать все остальные подшкалы теста NEO PI-R. Для построенной регрессионной модели прогнозное значение показателя N1_Тревожность для респондента с номером 15 с точностью до 0.01 равно

Ответ: _____.

13. Построить оптимальную линейную регрессионную модель для психологического показателя N1_Тревожность, используя пошаговый комбинированный метод автоматического исключения и добавления независимых переменных. В качестве кандидатов на добавление в число предикторов модели рассматривать все остальные подшкалы теста NEO PI-R. Для построенной регрессионной модели остаток (разность между наблюдаемым и предсказанным значением зависимой переменной) для респондента с номером 15 с точностью до 0.001 равен

Ответ: _____.

14. Выполнить однофакторный дисперсионный анализ, построив линейную модель зависимости психологического показателя N1_Тревожность от степени религиозности (фактор СТЕП_РЕЛ). Для построенной модели значимость зависимости с точностью до 0.001 равна

Ответ: _____.

15. Выполнить многофакторный дисперсионный анализ, построив линейную модель зависимости психологического показателя N1_Тревожность от степени религиозности (фактор СТЕП_РЕЛ) и пола респондентов (фактор ПОЛ) с учётом взаимодействия этих факторов. Для построенной модели значимость взаимодействия факторов с точностью до 0.001 равна

Ответ: _____.

Примерные задания для контрольной работы №1

1. Номер машины состоит из 7 знаков: первые три – буквы, затем четыре цифры. Сколько всего существует разных номеров, если алфавит содержит 32 буквы?
2. Студент знает 14 вопросов из 20. В билете содержится 3 вопроса. Найти вероятность того, что студент ответит хотя бы на один из них.
3. Экзамен у студента состоит из двух туров. В первом туре (письменная работа) ему предлагается решить 5 задач из 30. Студент в состоянии решить 25 задач из 30 и, если он решает хотя бы 3 задачи, то допускается ко второму туру (устное собеседование). Вероятность пройти второй тур для студента составляет 0,8. Чему равна вероятность успешного прохождения студентом обоих туров?
4. Летчик катапультируется в местности, 60% которой занимают леса. Вероятность благополучного приземления в лесу равна 0,3, а в безлесной местности – 0,9. Какова вероятность благополучного приземления?

5. Вероятность того, что новый товар будет пользоваться спросом на рынке, если конкурент не выпустит аналогичный продукт, равна 0,75, а при наличии конкурирующего товара равна 0,25. Вероятность выпуска конкурентом товара равна 0,35. Найти вероятность того, что товар будет иметь успех.
6. В данный район изделия поставляются двумя фирмами в соотношении 5:8. Среди продукции первой фирмы стандартные изделия составляют 90%, второй – 85%. Взятое наугад изделие оказалось стандартным. Найти вероятность того, что оно изготовлено первой фирмой.

Примерные задания для контрольной работы №2

В ходе аудиторской проверки компании аудитор случайным образом отбирает 5 счетов. Найти вероятность того, что он обнаружит ровно 1 счет с ошибкой, если ошибки содержат в среднем 3% счетов.

1. В банк прибыло 1000 пятитысячных купюр.. Какова вероятность того, что среди них окажется 5 фальшивых, если 0,1 % купюр фальшивые. Выписать точную формулу и найти приближенное значение используя пуассоновское приближение.
2. В данном регионе кандидата в парламент поддерживает 60% населения. При опросе общественного мнения было выбрано 1000 человек. С какой вероятностью можно утверждать, что в этой выборке доля избирателей, поддерживающих кандидата, отличается от истинной доли не более чем на 0,02?
3. Случайная величина X имеет плотность $p(x) = c(x^2 - 3x + 3)$ при $-1 \leq x \leq 1$ и $p(x) = 0$ для остальных значений x . Определить константу c и подсчитать математическое ожидание и дисперсию.
4. Пусть случайные величины X и Y независимы и заданы законами распределения

x_i	-1	0	1
p_i	0,4	0,2	0,4

y_j	0	1	2	3
q_j	0,2	0,4	0,1	0,3

Найти закон распределения величины $Z = Y - X$ и математические ожидания и дисперсии величин X , Y и Z .

Промежуточная аттестация (экзамен)

Контрольные вопросы по дисциплине

1. Случайные события. Основные понятия алгебры событий.
2. Классическая вероятностная схема. Перестановки, размещения, сочетания.
3. Понятия условной вероятности и независимости событий.
4. Формула полной вероятности и формула Байеса.
5. Аксиоматика теории вероятностей.
6. Последовательность независимых испытаний. Схема Бернулли. Формула Бернулли. Случай нескольких исходов.
7. Теорема Пуассона. Примеры её применения.
8. Локальная теорема Муавра-Лапласа. Примеры её применения.
9. Интегральная теорема Муавра-Лапласа. Примеры её применения.
10. Понятие случайной величины. Функции распределения и их свойства.
11. Понятие плотности для случайной величины с дифференцируемой функцией распределения.
12. Совместные распределения случайных величин. Плотность многомерных распределений.
13. Независимость случайных величин.

14. Математическое ожидание случайной величины и его свойства. Вычисление математических ожиданий для различных видов случайных величин. Математическое ожидание функции от случайной величины.
15. Понятие дисперсии. Свойства дисперсии. Вычисление дисперсии для различных видов случайных величин.
16. Понятие о моментах высших порядков.
17. Корреляция и коэффициент ковариации.
18. Биномиальный закон распределения и его характеристики: м.о., дисперсия.
19. Пуассоновский закон распределения и его характеристики: м.о., дисперсия.
20. Геометрический закон распределения и его характеристики: м.о., дисперсия.
21. Равномерный закон распределения и его характеристики: м.о., дисперсия.
22. Экспоненциальный закон распределения и его характеристики: м.о., дисперсия.
23. Неравенства Чебышева. Закон больших чисел.
24. Предельные теоремы и примеры их применения.
25. Предмет и задачи математической статистики. Выборка, вариационный ряд, эмпирическая функция, гистограмма.
26. Точечные оценки параметров распределений и их характеристики: несмещенность, оптимальность, состоятельность.
27. Выборочное среднее, выборочная дисперсия и их свойства.
28. Метод максимального правдоподобия построения точечных оценок.
29. Оценка максимального правдоподобия для параметра распределения Пуассона.
30. Оценка максимального правдоподобия для параметра показательного распределения.
31. Оценка максимального правдоподобия для параметра нормального распределения.
32. Интервальные оценки параметров распределений: доверительный интервал, уровень значимости, надежность оценки.
33. Доверительный интервал для математического ожидания нормального распределения при известной дисперсии.
34. Доверительный интервал для математического ожидания нормального распределения при неизвестной дисперсии.
35. Доверительный интервал для дисперсии нормального распределения при известном и неизвестном математическом ожидании.

Примерные задания для экзаменационной контрольной работы

1. Студент ищет формулу в трех справочниках. Обозначим через A_i событие, заключающееся в том, что в нужная формула содержится в i -м справочнике, $i = 1, 2, 3$. Выразить через A_i следующие события: A - формула содержится только в одном справочнике; B - формула содержится хотя бы в одном справочнике; C - формулы нет ни в одном справочнике.
2. В ящике 12 деталей, среди которых 5 бракованных. Сборщик наудачу извлекает 3 детали. Найти вероятность того, что среди извлеченных деталей 2 качественные.
3. В первой урне содержится 10 шаров, из них 3 белых, во второй – 6 шаров, из них 2 белых. Из первой урны наудачу извлекли 1 шар и переложили во вторую урну. Найти вероятность того, что извлеченный после этого из второй урны шар окажется белым.
4. На заводе, изготавлиющем болты, первая машина производит 25%, вторая 35%, третья – 40% всех изделий. В их продукции брак составляет соответственно 5%, 4% и 2%. Какова вероятность того, что случайно выбранный болт дефектный.
5. Непрерывная случайная величина X имеет распределение $F(x) = 0$ при $x < -\pi/4$, $F(x) = 1$ при $x > \pi/4$, $F(x) = c(1 + \sin 2x)$ при $-\pi/4 < x < \pi/4$. Найти константу c , плотность $f(x)$, $P(-\pi/4 < X < \pi/2)$. Подсчитать $M[X]$ и $D[X]$, пользуясь интегрированием по частям.
6. Стрелок попадает в цель при одном выстреле с вероятностью $3/4$. Оценить вероятность того, что число попаданий в цель при 1200 выстрелах лежит в пределах между 885 и 930.

7. В ящике содержится 100 карточек, пронумерованных числами $1, 2, \dots, 100$. Из ящика наудачу 200 раз вынимается карточка и сразу возвращается. Выписать формулу для вероятности того, что карточка с числом 1 появится ровно 3 раза и найти приближенное значение.
8. Пусть случайные величины X и Y независимы и заданы законами распределения

x_i	1	2	3
p_i	0,4	0,2	0,4

y_j	-1	0	1	2
q_j	0,2	0,4	0,1	0,3

Найти закон распределения величины $Z = X - Y$ и математические ожидания и дисперсии величин X , Y и Z .

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

6.1 Список источников и литературы

Литература

Основная

1. Прохоров, Ю. В. Лекции по теории вероятностей и математической статистике : учебник и практикум для вузов / Ю. В. Прохоров, Л. С. Пономаренко. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 219 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10807-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/511004>
2. Гмурман В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учеб. пособие / В. Е. Гмурман. - 11-е изд., перераб.. - М.: Высш. образование, 2006. - 403 с.
3. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 538 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10004-4. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/517540>

Дополнительная

1. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник для вузов / В. Е. Гмурман. — 12-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 479 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-00211-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/510437>.
2. Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учебное пособие для вузов / В. Е. Гмурман. — 11-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 406 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08389-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/510436>
3. Теория вероятностей, математическая статистика в примерах, задачах и тестах: Учебное пособие. / Сапожников П.Н., Макаров А.А., Радионова М.В. - М.:КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2022. - 496 с.: 60x90 1/16. - (Бакалавриат и магистратура) (II) ISBN 978-5-906818-47-8 - Режим доступа: <https://znanium.com/catalog/document?id=393002>.

6.2 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет».

1. Бояршинов Б.С. Теория вероятностей и математическая статистика. Учеб. курс НОУ ИНТУИТ [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.intuit.ru/department/mathematics/ptams/>
2. Горяинова Е.Р. Основы математической статистики. Учеб. курс НОУ ИНТУИТ [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.intuit.ru/department/economics/basicstat/>
3. Учебно-образовательная физико-математическая библиотека на портале МИР МАТЕМАТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library.htm>
4. Официальный портал проекта R [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.r-project.org/>
5. Сетевые архивы системы R (CRAN). [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://cran.r-project.org/>
6. R — объектно-ориентированная статистическая среда [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://herba.msu.ru/shipunov/software/r/r-ru.htm>

Национальная электронная библиотека (НЭБ) www.rusneb.ru
 ELibrary.ru Научная электронная библиотека www.elibrary.ru

6.3 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы

Доступ к профессиональным базам данных: <https://liber.rsuh.ru/ru/bases>

Информационные справочные системы:

1. Консультант Плюс
2. Гарант

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Для обеспечения дисциплины используется материально-техническая база образовательного учреждения: учебные аудитории, оснащённые доской, компьютером или ноутбуком, проектором (стационарным или переносным) для демонстрации учебных материалов.

Состав программного обеспечения:

1. Windows
2. Microsoft Office
3. Kaspersky Endpoint Security

8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

В ходе реализации дисциплины используются следующие дополнительные методы обучения, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в зависимости от их индивидуальных особенностей:

- для слепых и слабовидящих: лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением; письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением или могут быть заменены устным ответом; обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс; для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство; возможно также использование собственных

увеличивающих устройств; письменные задания оформляются увеличенным шрифтом; экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

- для глухих и слабослышащих: лекции оформляются в виде электронного документа, либо предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования; письменные задания выполняются на компьютере в письменной форме; экзамен и зачёт проводятся в письменной форме на компьютере; возможно проведение в форме тестирования.

- для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением; письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением; экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

При необходимости предусматривается увеличение времени для подготовки ответа.

Процедура проведения промежуточной аттестации для обучающихся устанавливается с учётом их индивидуальных психофизических особенностей. Промежуточная аттестация может проводиться в несколько этапов.

При проведении процедуры оценивания результатов обучения предусматривается использование технических средств, необходимых в связи с индивидуальными особенностями обучающихся. Эти средства могут быть предоставлены университетом, или могут использоваться собственные технические средства.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

Обеспечивается доступ к информационным и библиографическим ресурсам в сети Интернет для каждого обучающегося в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

- для слепых и слабовидящих: в печатной форме увеличенным шрифтом, в форме электронного документа, в форме аудиофайла.

- для глухих и слабослышащих: в печатной форме, в форме электронного документа.

- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата: в печатной форме, в форме электронного документа, в форме аудиофайла.

Учебные аудитории для всех видов контактной и самостоятельной работы, научная библиотека и иные помещения для обучения оснащены специальным оборудованием и учебными местами с техническими средствами обучения:

- для слепых и слабовидящих: устройством для сканирования и чтения с камерой SARA CE; дисплеем Брайля PAC Mate 20; принтером Брайля EmBraille ViewPlus;

- для глухих и слабослышащих: автоматизированным рабочим местом для людей с нарушением слуха и слабослышащих; акустический усилитель и колонки;

- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата: передвижными, регулируемые эргономическими партами СИ-1; компьютерной техникой со специальным программным обеспечением.

9. Методические материалы

9.1 Планы практических занятий

Тема 1. Случайные события.

Примерные задачи для решения в аудитории:

1. Построить модель вероятностного эксперимента — по цели стреляли до первого попадания (вероятность попадания при каждом выстреле 0.3). Эксперимент выполнить 1000 раз, создать таблицу данных с результатами и сохранить в файле.
2. Найти число способов выбрать четырёх исполнителей из 17 кандидатов.

3. Наудачу взятый телефонный номер состоит из 7 цифр. Найти с точностью до 0.001 вероятность того, что в нем все цифры различные. Известно, что номер телефона не начинается с цифр ноль и восемь.
4. Найти с точностью до 0.01 вероятность того, что уравнение $x^2+bx+c=0$ имеет действительные корни, если его коэффициенты произвольные действительные числа, $b \in [-2; 2]$, $c \in [0; 1]$.
5. Найти с точностью до 0.001 статистическую вероятность того, что при однократном подбрасывании трёх игральных кубиков сумма очков будет равна 10, 11 или 12.
6. Из колоды в 36 карт наугад извлекли одну карту. Проверить независимость событий: А – карта, которую извлекли из колоды, оказалась красной масти; В – карта оказалась тузом.
7. Произведено три выстрела по цели из орудия. Вероятность попадания при первом выстреле равна 0.2; при втором — 0.4; при третьем — 0.5. Найти вероятность того, что будет хотя бы одно попадание.
8. Изделия поставляются тремя фирмами в соотношении 6:9:5. Среди продукции первой фирмы стандартные изделия составляют 95%, второй — 80%, третьей — 85%. Найти с точностью до 0.001 вероятность того, что приобретенное нестандартное изделие изготовлено третьей фирмой.
9. В среднем по 9% договоров страховая компания выплачивает страховую сумму. Используя формулу Бернулли, найти с точностью до 0.001 вероятность того, что из десяти договоров будет связано с выплатой страховой суммы менее трёх договоров.
10. Найти с точностью до 0.001 вероятность того, что относительная частота рождения мальчиков для тысячи новорождённых отличается от “истинной” вероятности рождения мальчика, которая равна 0.517, менее чем на 0.01.

Упражнения из учебника Н.Ш. Кремера (основная литература): 1.37, 1.43, 1.45, 1.53, 1.55, 1.59, 1.63, 1.67, 1.73, 1.75, 2.13, 2.16, 2.20, 2.21, 2.34.

Контрольные вопросы:

1. Моделирование вероятностного эксперимента.
2. Генерирование псевдослучайных чисел.
3. Перестановки, размещения, сочетания.
4. Классическая вероятностная схема.
5. Геометрическое определение вероятности случайного события.
6. Статистический подход к вычислению вероятности.
7. Условная вероятность и независимость событий.
8. Формула полной вероятности и формула Байеса.
9. Повторные независимые испытания и формула Бернулли.

Тема 2. Случайные величины.

Примерные задачи для решения в аудитории:

1. Задан закон распределения дискретной случайной величины X

x_k	-3	-1	2	5
p_k	0.2	0.4	0.3	0.1

Найти с точностью до 0.001 числовые характеристики этой случайной величины: математическое ожидание MX , дисперсию DX , среднее квадратическое отклонение SDX , моду M_0 , начальные α_i и центральные μ_i моменты до 4 порядка включительно ($i=1,2,3,4$), асимметрию A_s , эксцесс E .

2. Функция распределения случайной величины имеет вид $F(x)=1/(1+\exp(-x))$. Найти с точностью до 0.001 вероятности событий: А — эта случайная величина принимает значения на отрезке $[-3; 1]$; В — эта случайная величина принимает значения, большие 2; С — эта случайная величина принимает значения, меньшие 1. Найти с точностью до 0.001 числовые

характеристики этой случайной величины: математическое ожидание MX , дисперсию DX , среднее квадратическое отклонение SDX , начальные $\alpha[i]$ и центральные $\mu[i]$ моменты до 4 порядка включительно ($i=1,2,3,4$), асимметрию As , эксцесс E . Найти вероятность того, что эта случайная величина принимает значения на отрезке $[MX-3*SDX; MX+3*SDX]$.

- Функция распределения случайной величины имеет вид $F(x)=1/(1+\exp(-x))$. Найти с точностью до 0.001 квантиль q уровня 0.8 этой случайной величины.
- Для независимых случайных величин X и Y известны математические ожидания $MX = 7$ и $MY = -3$ и дисперсии $DX = 0.6$ и $DY = 2$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Z = 4X - 5Y$.
- Задан закон распределения двумерной дискретной случайной величины (X, Y)

	$y_1 = -2$	$y_2 = 0$	$y_3 = 1$	$y_4 = 4$
$x_1 = -3$	0.27	0.04	0.08	0.02
$x_2 = 1$	0.03	0.12	0.03	0.07
$x_3 = 2$	0.09	0.13	0.06	0.06

Найти законы распределения компонент и числовые характеристики случайного вектора.

Найти вероятности: $p_1=P(Y=1)$; $p_2=P(Y<X)$; $p_3=P(X+Y=1)$; $p_4=P(X-Y=-3)$; $p_5=P(X \cdot Y=-4)$.

Упражнения из учебника Н.Ш. Кремера (основная литература): 3.26, 3.27, 3.31, 3.34, 3.40, 3.42, 3.49, 3.52, 3.61, 3.63.

Контрольные вопросы:

- Функция распределения случайной величины.
- Плотность вероятности непрерывной случайной величины.
- Математическое ожидание случайной величины.
- Дисперсия случайной величины.
- Мода случайной величины.
- Квантили случайной величины.
- Теоретические моменты случайной величины.
- Асимметрия случайной величины.
- Эксцесс случайной величины.
- Характеристики двумерного дискретного случайного вектора.

Тема 3. Основные законы распределения.

Примерные задачи для решения в аудитории:

- Случайная величина имеет биномиальный закон распределения с параметрами $n=17$ и $p=0.23$. Найти математическое ожидание этой случайной величины.
- Случайная величина распределена по закону Пуассона с параметром $\lambda=3$. Найти с точностью до 0.01 среднее квадратическое отклонение этой случайной величины.
- Случайная величина имеет показательный закон распределения. Известно, что её математическое ожидание равно 5. Найти с точностью до 0.01 вероятность того, что эта случайная величина принимает значение на отрезке $[3; 6]$.
- Случайная величина имеет нормальный закон распределения. Известно, что её математическое ожидание равно 4, а среднее квадратическое отклонение равно 3. Найти с точностью до 0.01 квантиль уровня 0.05 этой случайной величины.
- Генерировать выборки с объёмом 1000 элементов каждая из генеральных совокупностей с законами распределения: 1) биномиальный с параметрами $size = 200$, $prob = 0.04$; 2) закон Пуассона с параметром $\lambda = 8.1$; 3) показательный с параметром $rate = 2.5$; 4)

нормальный закон с параметрами $\text{mean} = 7$, $\text{sd} = 4$; 5) равномерный с параметрами $\text{min} = 2$, $\text{max} = 5$. Все выборки записать в один фрейм данных и сохранить его в файле.

Упражнения из учебника Н.Ш. Кремера (основная литература): 4.11, 4.14, 4.15, 4.18, 4.20, 4.21, 4.26.

Контрольные вопросы:

4. Биномиальное распределение.
5. Распределение Пуассона.
6. Геометрическое распределение.
7. Гипергеометрическое распределение.
8. Равномерное распределение.
9. Экспоненциальное (показательное) распределение.
10. Нормальное распределение.
11. Хи-квадрат распределение.
12. Распределение Стьюдента.
13. Распределение Фишера.
14. Логарифмически нормальное распределение.
15. Создание выборки с заданным законом распределения.

Тема 4. Предельные теоремы теории вероятностей.

Примерные задачи для решения в аудитории:

1. Известно, что в среднем система искусственного интеллекта неверно распознаёт 4% символов, которые подаются на её вход. Используя теорему Пуассона или теоремы Муавра-Лапласа, найти с точностью до 0.01 вероятности следующих событий: А — из ста входных символов неверно будет распознано системой не более 7 символов; В — из тысячи входных символов неверно будет распознано системой от 30 до 50 символов (включительно); С — из тысячи входных символов неверно будет распознано более 45 символов.
2. Электростанция обслуживает сеть 1900 электроламп, вероятность включения каждой из которых вечером равна 0.8. Оценить с помощью неравенства Чебышева вероятность того, что число ламп, включенных в сеть вечером, отличается от своего математического ожидания не более чем на 30 (по абсолютной величине). Найти вероятность того же события, используя интегральную теорему Муавра-Лапласа.
3. В среднем 10% работоспособного населения некоторого региона — безработные. Оценить с помощью неравенства Чебышева вероятность того, что уровень безработицы среди обследованных 8000 работоспособных жителей города будет в пределах от 9 до 11%.
4. Опыт страховой компании показывает, что страховой случай приходится примерно на каждый двадцатый договор. Оценить с помощью неравенства Чебышева необходимое количество договоров, которые следует заключить, чтобы с вероятностью 0.9 можно было утверждать, что доля страховых случаев отклонится от 0.05 не более чем на 0.01 (по абсолютной величине). Уточнить ответ с помощью интегральной теоремы Муавра-Лапласа.
5. Выход цыплят в инкубаторе составляет в среднем 70% числа заложенных яиц. Сколько нужно заложить яиц, чтобы с вероятностью, не меньшей 0.9, ожидать, что отклонение числа вылупившихся цыплят от математического ожидания не превышало 50 (по абсолютной величине)?

Упражнения из учебника Н.Ш. Кремера (основная литература): 6.10, 6.12, 6.15, 6.17, 6.22.

Контрольные вопросы:

1. Неравенство Чебышева.
2. Закон больших чисел.
3. Теорема Бернулли.
4. Теорема Пуассона.

5. Локальная теорема Муавра-Лапласа.
6. Интегральная теорема Муавра-Лапласа.
7. Центральная предельная теорема.

Тема 5. Оценки параметров распределений.

Примерные задачи для решения в аудитории:

1. По данной выборке для указанной переменной найти объём выборки, количество пропущенных значений, наименьшее и наибольшее выборочные значения, построить таблицу частот.
2. По данной выборке для указанной переменной найти среднее арифметическое, моду и медиану.
3. По данной выборке для указанной переменной найти выборочную дисперсию, среднее квадратическое отклонение и квартили.
4. По данной выборке для указанной переменной найти выборочную асимметрию и эксцесс.
5. По данной выборке для указанной пары случайных величин найти точечную оценку коэффициента корреляции Пирсона.
6. По данной выборке для указанной пары случайных величин найти точечные оценки коэффициентов корреляции Спирмена и Кендалла.
7. По данной выборке для указанной переменной построить гистограмму частот и гистограмму относительных частот.
8. По данной выборке для указанной переменной найти эмпирическую функцию распределения и эмпирическую плотность вероятности. Построить графики этих функций.
9. По данной выборке для указанной переменной построить диаграмму boxplot.
10. По данной выборке для указанной пары переменных построить диаграмму рассеяния с регрессионной прямой.
11. По данной выборке найти доверительные интервалы для параметров нормально распределенной генеральной совокупности с надежностью 0.99.
12. По данной выборке найти доверительный интервал для вероятности успеха в схеме Бернулли с надежностью 0.99.
13. По данной выборке найти доверительный интервал для параметра распределения Пуассона с надежностью 0.99.
14. По данной выборке найти доверительный интервал для коэффициента корреляции Пирсона с надежностью 0.99.
15. По данной выборке найти доверительный интервал для коэффициента корреляции Кендалла с надежностью 0.99.

Задачи из руководства В.Е. Гмурмана (основная литература): 451, 459, 462, 472, 474, 476, 484, 485, 490, 491, 494, 502, 515, 517, 521.

Контрольные вопросы:

1. Разведочный анализ данных.
2. Вычисление выборочных характеристик.
3. Таблицы частот.
4. Гистограммы.
5. Диаграммы boxplot.
6. Диаграммы рассеяния.
7. Эмпирическая функция распределения.
8. Эмпирическая плотность вероятности.
9. Точечное оценивание параметров распределений.

10. Интервальное оценивание параметров распределений.

Тема 6. Проверка статистических гипотез.**Примерные задачи для решения в аудитории:**

1. Сгенерировать выборку из 500 случайных чисел, имеющих биномиальный закон распределения с параметрами $size=700$, $prob=0.04$. С помощью критерия Шапиро-Уилка проверить статистическую гипотезу о том, что закон распределения генеральной совокупности не отличается от нормального закона распределения.
2. По данной выборке с помощью критерия Колмогорова-Смирнова проверить статистическую гипотезу о том, что указанная переменная имеет закон распределения, который статистически значимо не отличается от нормального закона распределения.
3. Сгенерировать две выборки: одну выборку из 200 случайных чисел, имеющих нормальный закон распределения с параметрами $mean=16$, $sd=5$, другую выборку из 300 случайных чисел, имеющих нормальный закон распределения с параметрами $mean=27$, $sd=6$. С помощью критерия Фишера проверить статистическую гипотезу о том, что отношение дисперсий двух случайных величин равно 1.
4. По данной выборке с помощью критерия Стьюдента проверить гипотезу о том, что математическое ожидание указанной переменной равно 27.
5. По данной выборке с помощью критерия Стьюдента проверить гипотезу о том, что в двух группах математические ожидания указанной переменной равны.
6. По данной выборке с помощью критерия Уилкоксона проверить гипотезу о том, что положение указанной переменной равно 27.
7. По данной выборке с помощью критерия Уилкоксона проверить гипотезу о том, что в двух группах уровни указанной переменной равны.
8. Среди случайно взятых 10000 новорождённых оказалось 5143 мальчика. С помощью теста пропорций проверить статистическую гипотезу о том, что вероятность рождения мальчика равна 0.5.
9. По данной выборке с помощью теста пропорций проверить статистическую гипотезу о том, что в двух группах вероятности указанного события равны.
10. По данной выборке проверить статистическую гипотезу о том, что для указанной пары случайных величин коэффициент корреляции Пирсона равен нулю.
11. По данной выборке проверить статистическую гипотезу о том, что для указанной пары случайных величин коэффициент корреляции Спирмена равен нулю.
12. По данной выборке с помощью хи-квадрат критерия Пирсона проверить статистическую гипотезу о том, что две указанные случайные величины независимы.

Задачи из руководства В.Е. Гмурмана (основная литература): 556, 560, 567, 570, 574, 581, 606, 610, 617, 623, 627, 635.

Контрольные вопросы:

1. Применение статистического критерия Шапиро-Уилка.
2. Применение статистического критерия Колмогорова-Смирнова.
3. Применение статистического критерия Фишера.
4. Применение статистического критерия Стьюдента.
5. Применение статистического критерия Уилкоксона.
6. Применение теста пропорций.
7. Применение хи-квадрат критерия Пирсона.

Тема 7. Корреляционный и регрессионный анализ.

Примерные задачи для решения в аудитории:

(Для решения задач можно использовать фрейм данных NEO из файла "NEO", который содержит результаты социологического опроса и личностные психологические показатели студентов РГГУ, или другой фрейм данных, предоставленный преподавателем.)

1. Выяснить на уровне значимости 0.05, какие из перечисленных ниже порядковых демографических переменных имеют статистически значимый коэффициент корреляции Кендалла с психологическим показателем N1_Тревожность.

Ответ 1. возраст

Ответ 2. обр_род (образование родителей)

Ответ 3. степ_рел (степень религиозности)

Ответ 4. сем_дох (семейный доход)

Ответ 5. лич_дох (личный доход)

2. Для респондентов с сильной степенью религиозности выяснить на уровне значимости 0.05, какие из перечисленных ниже психологических показателей имеют статистически значимый коэффициент корреляции Спирмена с утверждением П_31 опросника NEO PI-R.

Ответ 1. N1_Тревожность

Ответ 2. N2_Враждебность

Ответ 3. E1_Доброжелательность

Ответ 4. E2_Общительность

Ответ 5. O1_Фантазия

Ответ 6. O2_Эстетичность

Ответ 7. A1_Доверие

Ответ 8. A2_Прямота

Ответ 9. C1_Компетентность

Ответ 10. C2_Организованность

3. Для студентов факультета "Б" указать три из первых сорока пунктов опросника NEO PI-R, которые имеют самые высоко значимые коэффициенты корреляции Кендалла с психологическим показателем N1_Тревожность.

4. С помощью таблиц сопряженности и критерия хи-квадрат Пирсона вычислить с точностью до 0.001, на каком уровне значимости зависимы ответы респондентов на пункты П_31 и П_75 опросника NEO PI-R.

5. С помощью хи-квадрат критерия Пирсона вычислить с точностью до 0.001, на каком уровне значимости различаются распределения ответов респондентов на пункт П_31 опросника NEO PI-R для студентов факультета "Б" и студентов факультета "В".

6. Для респондентов девушек построить линейную регрессионную модель зависимости психологического показателя N1_Тревожность от переменных N_Нейротизм, E_Экстраверсия, O_Открытость_опыту, A_Согласие, C_Сознательность. Коэффициент пропорциональности при независимой переменной A_Согласие для полученной модели с точностью до 0.001 равен

Ответ: _____.

7. Для респондентов девушек построить линейную регрессионную модель для психологического показателя N1_Тревожность пошаговым методом автоматического

исключения независимых переменных, в качестве которых рассматривать все остальные подшкалы теста NEO PI-R. Число независимых переменных в оптимальной модели равно

Ответ: _____.

8. Для респондентов юношей построить линейную регрессионную модель для психологического показателя N1_Тревозность пошаговым методом автоматического исключения независимых переменных, в качестве которых рассматривать все остальные подшкалы теста NEO PI-R. Число независимых переменных в оптимальной модели равно

Ответ: _____.

9. Для респондентов юношей построить линейную регрессионную модель для психологического показателя N1_Тревозность пошаговым методом автоматического добавления независимых переменных, в качестве которых рассматривать все остальные подшкалы теста NEO PI-R. Для построенной регрессионной модели прогнозное значение показателя N1_Тревозность для респондента с номером 12 с точностью до 0.01 равно

Ответ: _____.

10. Для респондентов девушек построить оптимальную линейную регрессионную модель для психологического показателя N1_Тревозность, используя пошаговый комбинированный метод автоматического исключения и добавления независимых переменных. В качестве кандидатов на добавление в число предикторов модели рассматривать все остальные подшкалы теста NEO PI-R. Для построенной регрессионной модели остаток (разность между наблюдаемым и предсказанным значением зависимой переменной) для респондента с номером 15 с точностью до 0.001 равен

Ответ: _____.

11. Построить линейную регрессионную модель зависимости психологического показателя N1_Тревозность от показателя цинизм (переменная CYN). Скорректированный коэффициент детерминации модели с точностью до 0.001 равен

Ответ: _____.

12. Выполнить однофакторный дисперсионный анализ, построив линейную модель зависимости психологического показателя N1_Тревозность от семейного дохода (фактор СЕМ_ДОХ). Для построенной модели значимость зависимости с точностью до 0.001 равна

Ответ: _____.

13. Выполнить многофакторный дисперсионный анализ, построив линейную модель зависимости психологического показателя N1_Тревозность от семейного дохода (фактор СЕМ_ДОХ) и пола респондентов (фактор ПОЛ) с учётом взаимодействия этих факторов. Для построенной модели значимость взаимодействия факторов с точностью до 0.001 равна

Ответ: _____.

14. Выполнить многофакторный дисперсионный анализ, построив линейную модель зависимости психологического показателя N1_Тревозность от степени религиозности (фактор СТЕП_РЕЛ), семейного дохода (фактор СЕМ_ДОХ) и факультета обучения (переменная ФАКУЛЬТ) с учётом всех взаимодействий между этими факторами. Оптимизировать полученную модель пошаговым методом автоматического исключения независимых переменных. Для построенной оптимальной модели число статистически значимых взаимодействий равно

Ответ: _____.

15. Построить линейную регрессионную модель m_1 зависимости психологического показателя $N1_Тревожность$ от переменных $N_Нейротизм$, $E_Экстраверсия$, $O_Открытость_опыту$, $A_Согласие$, $C_Сознательность$ без свободного члена в регрессионном уравнении. Построить модель m_2 из модели m_1 пошаговым методом автоматического исключения независимых переменных. С помощью дисперсионного анализа сравнить модели m_1 и m_2 . Статистическая значимость различий моделей m_1 и m_2 с точностью до 0.001 равна

Ответ: _____.

Задачи из учебника Н.Ш. Кремера (основная литература): 11.3, 11.5, 12.14, 12.16, 12.18, 12.20, 13.8, 13.10, 13.12.

Контрольные вопросы:

1. Отыскание и исследование статистической зависимости для количественных переменных. Коэффициент корреляции Пирсона.
2. Отыскание и исследование статистической зависимости для порядковых переменных. Ранговые коэффициенты корреляции Кендалла и Спирмена.
3. Отыскание и исследование статистической зависимости для номинативных переменных. Использование Хи-квадрат критерия Пирсона для проверки гипотез о независимости переменных.
4. Построение и оценка качества линейных регрессионных моделей.
5. Использование методов пошагового отбора независимых переменных при построении моделей.
6. Прогнозирование с помощью линейных регрессионных моделей.
7. Дисперсионный анализ.
8. Сравнение линейных регрессионных моделей.

АННОТАЦИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина реализуется на факультете информационных систем и безопасности кафедрой фундаментальной и прикладной математики.

Цель дисциплины: формирование базовых представлений о теории вероятностей и математической статистике под углом зрения их практического приложения в различных областях научных исследований и инженерной практики.

Задачи: на примере комбинаторной теории вероятностей перейти к общим понятиям теории вероятностей и математической статистики, сформулировать основные теоремы, необходимые для понимания смежных дисциплин и практической деятельности.

Дисциплина направлена на формирование следующих компетенций:

- УК-6. Способен управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни.
- ОПК-3. Способен использовать необходимые математические методы для решения задач профессиональной деятельности.
- ОПК-11. Способен проводить эксперименты по заданной методике и обработку их результатов.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать: случайные события и случайные величины, законы распределения; закон больших чисел, методы статистического анализа

Уметь: вычислять вероятности случайных событий, составлять и исследовать функции распределения случайных величин, определять числовые характеристики случайных величин; обрабатывать статистическую информацию для оценки значений параметров и проверки значимости гипотез

Владеть: вероятностным подходом к постановке и решению задач, навыками работы с библиотеками прикладных программ для решения вероятностных и статистических задач.

По дисциплине предусмотрена промежуточная аттестация в форме экзамена.

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 4 зачетные единицы.